

## INDUZIONE MAGNETICA NEL COASSIALE

In figura 1 è rappresentata la sezione di un cavo coassiale la cui permeabilità magnetica è  $\mu$ . Sia il conduttore centrale che lo schermo sono in materiale conduttore ideale con  $\mu = \mu_0$ . Il raggio del conduttore centrale è uguale ad 'a', il raggio interno dello schermo è 'b' mentre il raggio esterno della linea è 'c'.

Il conduttore centrale si pensa percorso dalla corrente  $I_i$  entrante. Lo schermo è percorso dalla corrente  $I_s$  ma uscente.

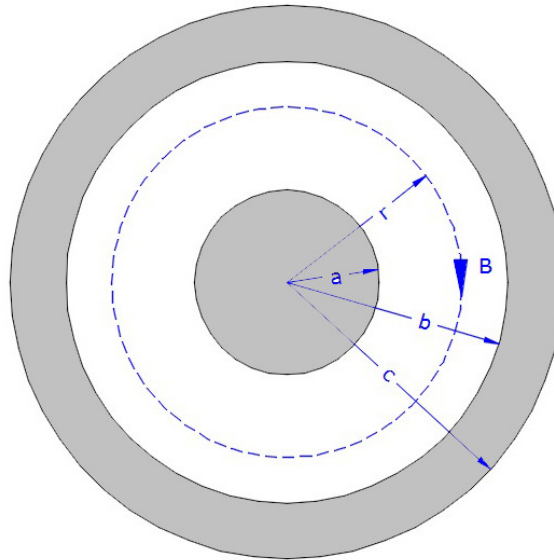


Figura 1: Linea coassiale in sezione

Elenchiamo le principali equazioni che ci servono:

$$\oint H \cdot dl = \oint J \cdot dA \text{ Legge di Ampère} \quad 1.1$$

$$B = \mu H \text{ Relazione tra induzione magnetica B e campo magnetico H} \quad 1.2$$

$$I = J \cdot A \text{ [A] Legame tra la corrente e la densità di corrente J.} \quad 1.3$$

Iniziamo col sostituire alla legge di Ampère 1.1 l'equazione 1.2 ed otteniamo:

$$\oint B \cdot dl = \mu \oint J \cdot dA \quad 1.4$$

Per ricavare il modulo del vettore induzione magnetica B all'interno della sezione del coassiale distinguiamo i casi in cui la coordinata radiale r sia:

$r \leq a$  ci troviamo all'interno del conduttore centrale;

$a \leq r \leq b$  ci troviamo nel dielettrico;

$b \leq r \leq c$  ci troviamo nello schermo;

$r > c$  ci troviamo all'esterno del cavo coassiale.

Il verso del vettore induzione magnetica B è determinato dalla regola della mano destra ed è orario. Lungo la circonferenza tratteggiata di figura 1 il suo modulo è costante ed è sempre parallelo alla linea infinitesimale  $dl$  (legge di Biot-Savard). Pertanto, il prodotto scalare

presente nella 1.4 diventa un prodotto semplice. Anche il prodotto scalare tra la densità di corrente e l'area infinitesima  $dA$  diventa un prodotto semplice perché la corrente scorre perpendicolare alla superficie A dei conduttori.

Per cui, all'interno del conduttore centrale, la circuitazione del vettore B diventa:

$$B_i 2\pi r = \mu_0 J_i \pi r^2 \quad 1.5$$

La densità di corrente  $J_i$  nel conduttore centrale, dalla 1.3, è:

$$J_i = \frac{I_i}{\pi a^2} \text{ [A/m}^2\text{]} \quad 1.6$$

Riportiamo la 1.6 nella 1.5 ed otteniamo il valore del modulo dell'induzione magnetica B nel conduttore centrale:

$$B_i = \frac{\mu_0 I_i}{2\pi a^2} r \text{ [T] per } r \leq a \quad 1.7$$

Nel dielettrico, la 1.4 diventa:

$$B_d 2\pi r = \mu I_i \quad 1.8$$

Rimaneggiando si ottiene:

$$B_d = \frac{\mu I_i}{2\pi r} \text{ [T] per } a \leq r \leq b \quad 1.9$$

All'interno dello schermo, si ha:

$$B_s 2\pi r = \mu_0 (I_i - I_a) \quad 1.10$$

La corrente  $I_a$  in un anello di schermo è:

$$I_a = \left( \frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(c^2 - b^2)} \right) I_s = \left( \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) I_s \text{ [A]} \quad 1.11$$

Portiamo la 1.11 nella 1.10 e, semplificando, otteniamo il valore del modulo dell'induzione magnetica B nello schermo:

$$B_s = \frac{\mu_0}{2\pi r} \left[ I_i - \left( \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) I_s \right] \text{ [T] per } b \leq r \leq c \quad 1.12$$

All'esterno del coassiale l'induzione magnetica B è:

$$B_e = \frac{\mu_0}{2\pi r} (I_i - I_s) \text{ [T] per } r > c. \quad 1.13$$

Ipotizziamo ora che le correnti  $I_i$  ed  $I_s$  siano composte da correnti di modo differenziale (CMD) e da correnti di modo comune (CMC); figura 2.

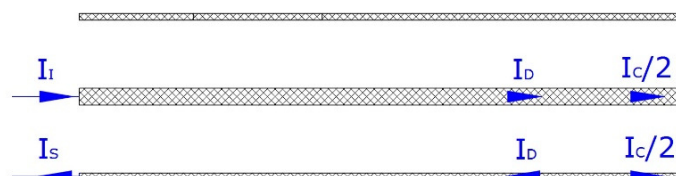


Figura 2: Correnti lungo la linea del coassiale.

Le correnti che percorrono il conduttore centrale  $I_i$  e le correnti che percorrono il conduttore esterno  $I_s$  si possono scrivere nel seguente modo:

$$\begin{cases} I_i = I_D + \frac{I_C}{2} \\ -I_s = -I_D + \frac{I_C}{2} \end{cases} \quad 1.14$$

Dove la corrente  $I_D$  rappresenta la corrente di modo differenziale e la corrente  $I_C$  quella di modo comune. La corrente di modo comune  $I_C$ , in figura 2, si ripartisce in modo uguale in entrambi i conduttori.

Pertanto, all'esterno del cavo coassiale l'induzione magnetica  $B$  della 1.13 diventa:

$$B_e = \frac{\mu_0}{2\pi r} (I_D + \frac{I_C}{2} - I_D + \frac{I_C}{2}) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_C \quad [\text{T}] \text{ per } r > c \text{ ed } I_C \neq 0 \quad 1.15$$

Quindi, in presenza della corrente di modo comune  $I_C$ , all'esterno del conduttore l'induzione magnetica  $B_e$  non è nulla.

Invece, nel caso in cui la corrente di modo comune  $I_C$  sia nulla, le correnti di modo differenziale  $I_D$  sarebbero uguali in modulo ed opposte nel verso, per cui, l'induzione magnetica  $B_e$  all'esterno del cavo sarebbe nulla.

$$B_e = 0 \quad [\text{T}] \text{ per } r > c \text{ ed } I_C = 0. \quad 1.16$$

La distribuzione del modulo dell'induzione magnetica  $B$  lungo la sezione del coassiale, nel caso in cui la corrente di modo comune  $I_C=0$ , è rappresentata in figura 3.

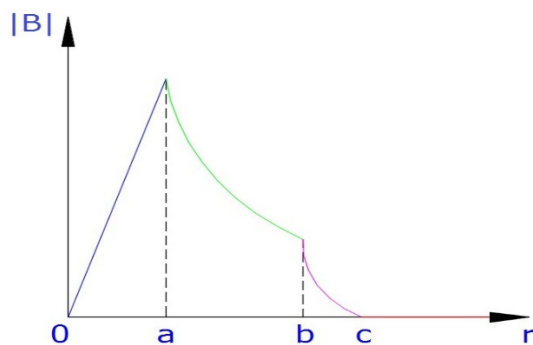


Figura 3: Distribuzione dell'induzione magnetica  $B$  lungo la sezione del coassiale con  $I_C=0$ .