INDUZIONE MAGNETICA NEL COASSIALE

In figura 1 è rappresentata la sezione di un cavo coassiale la cui permeabilità magnetica è μ. Sia il conduttore centrale che lo schermo sono in materiale conduttore ideale con $\mu = \mu_0$. Il raggio del conduttore centrale è uguale ad 'a', il raggio interno dello schermo è 'b' mentre il raggio esterno della linea è 'c'.

Il conduttore centrale si pensa percorso dalla corrente I_l entrante. Lo schermo è percorso dalla corrente I_s ma uscente.

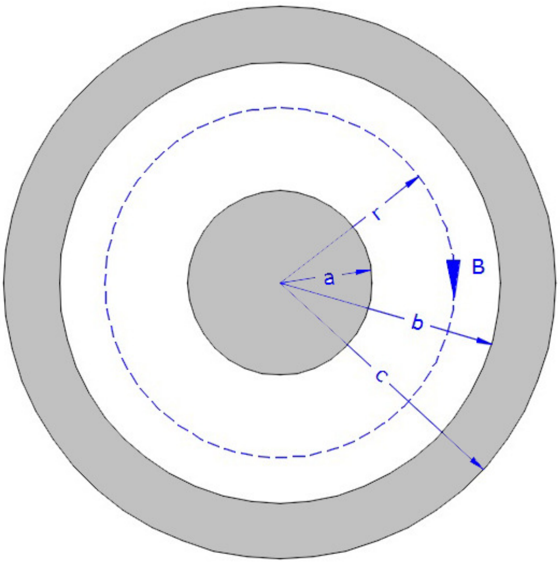

Figura 1: Linea coassiale in sezione

Elenchiamo le principali equazioni che ci servono:

$\oint H \cdot dl = \oint J \cdot dA$ Legge di Ampère 1.1

$B = \mu H$ Relazione tra induzione magnetica B e campo magnetico H 1.2

$I = J \cdot A$ [A] Legame tra la corrente e la densità di corrente J. 1.3

Iniziamo col sostituire alla legge di Ampère 1.1 l'equazione 1.2 ed otteniamo:

$\oint B \cdot dl = \mu \oint J \cdot dA$ 1.4

Per ricavare il modulo del vettore induzione magnetica B all'interno della sezione del coassiale distinguiamo i casi in cui la coordinata radiale r sia:

$r \leq a$ ci troviamo all'interno del conduttore centrale;

$a \leq r \leq b$ ci troviamo nel dielettrico;

$b \leq r \leq c$ ci troviamo nello schermo;

$r > c$ ci troviamo all'esterno del cavo coassiale.

Il verso del vettore induzione magnetica B è determinato dalla regola della mano destra ed è orario. Lungo la circonferenza tratteggiata di figura 1 il suo modulo è costante ed è sempre parallelo alla linea infinitesimale *dl* (legge di Biot-Savard). Pertanto, il prodotto scalare presente nella 1.4 diventa un prodotto semplice. Anche il prodotto scalare tra la densità di corrente e l'area infinitesima *dA* diventa un prodotto semplice perché la corrente scorre perpendicolare alla superfice A dei conduttori.

Per cui, all'interno del conduttore centrale, la circuitazione del vettore B diventa:

$$B_I \, 2\pi \, r = \mu_0 \, J_I \, \pi \, r^2 \qquad 1.5$$

La densità di corrente J nel conduttore centrale, dalla 1.3, è:

$$J_I = \frac{I_I}{\pi a^2} \text{ [A/m}^2\text{]} \qquad 1.6$$

Riportiamo la 1.6 nella 1.5 ed otteniamo il valore del modulo dell'induzione magnetica B nel conduttore centrale:

$$B_I = \frac{\mu_0 I_I}{\pi a^2} r \;\; \text{[T] per } r \leq a \qquad \mathbf{1.7}$$

Nel dielettrico, la 1.4 diventa:

$$B_d \, 2\pi \, r = \mu \, I_I \qquad 1.8$$

Rimaneggiando si ottiene:

$$B_d = \frac{\mu \, I_I}{2\pi r} \text{ [T] per } a \leq r \leq b \qquad \mathbf{1.9}$$

All'interno dello schermo, si ha:

$$B_s \, 2\pi \, r = \mu_0 \, (I_I - I_a) \qquad 1.10$$

La corrente I_a in un anello di schermo è:

$$I_a = \left(\frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(c^2 - b^2)}\right) I_S = \left(\frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2}\right) I_S \text{ [A]} \qquad 1.11$$

Portiamo la 1.11 nella 1.10 e, semplificando, otteniamo il valore del modulo dell'induzione magnetica B nello schermo:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r}\left[I_I - \left(\frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2}\right) I_S\right] \text{ [T] per } b \leq r \leq c \qquad \mathbf{1.12}$$

All'esterno del coassiale l'induzione magnetica B è:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} (I_I - I_S) \;\; \text{[T] per } r > c. \qquad \mathbf{1.13}$$

Ipotizziamo ora che le correnti I_I ed I_S siano composte da correnti di modo differenziale (CMD) e da correnti di modo comune (CMC); figura 2.

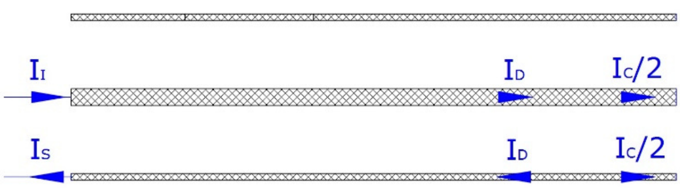

Figura 2: Correnti lungo la linea del coassiale.

Le correnti che percorrono il conduttore centrale I_I e le correnti che percorrono il conduttore esterno I_S si possono scrivere nel seguente modo:

$$\begin{cases} I_I = I_D + \frac{I_C}{2} \\ -I_S = -I_D + \frac{I_C}{2} \end{cases} \qquad 1.14$$

Dove la corrente I_D rappresenta la corrente di modo differenziale e la corrente I_C quella di modo comune. La corrente di modo comune I_C, in figura 2, si ripartisce in modo uguale in entrambi i conduttori.

Pertanto, all'esterno del cavo coassiale l'induzione magnetica B della 1.13 diventa:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r}\left(I_D + \frac{I_C}{2} - I_D + \frac{I_C}{2}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_C \ \text{[T]}\ per\ r > c\ ed\ I_C \neq 0 \qquad 1.15$$

Quindi, in presenza della corrente di modo comune I_C, all'esterno del conduttore l'induzione magnetica <u>B non è nulla</u>.

Invece, nel caso in cui la corrente di modo comune I_C sia nulla, le correnti di modo differenziale I_D sarebbero uguali in modulo ed opposte nel verso, per cui, l'induzione magnetica B all'esterno del cavo sarebbe nulla.

$$B = 0\ \text{[T]}\ per\ r > c\ ed\ I_C = 0. \qquad 1.16$$

La distribuzione del modulo dell'induzione magnetica B lungo la sezione del coassiale, nel caso in cui la corrente di modo comune I_C=0, è rappresentata in figura 3.

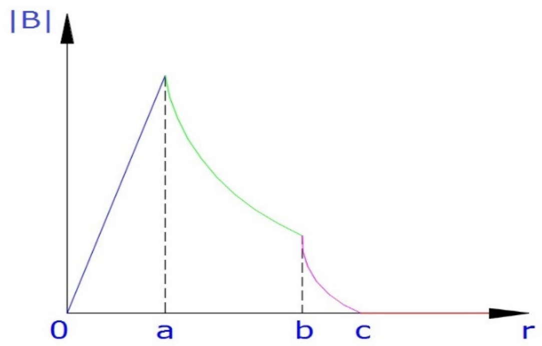

Figura 3: Distribuzione dell'induzione magnetica B lungo la sezione del coassiale con I_C=0.